

**Bài 1: (2 điểm)**

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 - 7x + 12 = 0$

b)  $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$

c)  $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

d) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

**Bài 2: (1,5 điểm)**

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y = x^2$  và đường thẳng (D):  $y = 2x + 3$  trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

**Bài 3: (1,5 điểm)**

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{3\sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$$

$$B = \left( \frac{x}{x + 3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x + 3\sqrt{x}} \right) \quad (x > 0)$$

**Bài 4: (1,5 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - mx - 1 = 0$  (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm trái dấu

b) Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình (1):

$$\text{Tính giá trị của biểu thức : } P = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2}$$

**Bài 5: (3,5 điểm)**

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O ( $AB < AC$ ). Các đường cao AD và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác BFHD nội tiếp. Suy ra  $\widehat{AHC} = 180^\circ - \widehat{ABC}$

b) Gọi M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) (M khác B và C) và N là điểm đối xứng của M qua AC. Chứng minh tứ giác AHCN nội tiếp.

c) Gọi I là giao điểm của AM và HC; J là giao điểm của AC và HN.

Chứng minh  $\widehat{AJI} = \widehat{ANC}$

d) Chứng minh rằng : OA vuông góc với IJ

## BÀI GIẢI

### Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 - 7x + 12 = 0$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 12 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7+1}{2} = 4 \text{ hay } x = \frac{7-1}{2} = 3$$

b)  $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$

Phương trình có :  $a + b + c = 0$  nên có 2 nghiệm là :

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ hay } x = \frac{c}{a} = \sqrt{2}$$

c)  $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

Đặt  $u = x^2 \geq 0$  pt thành :

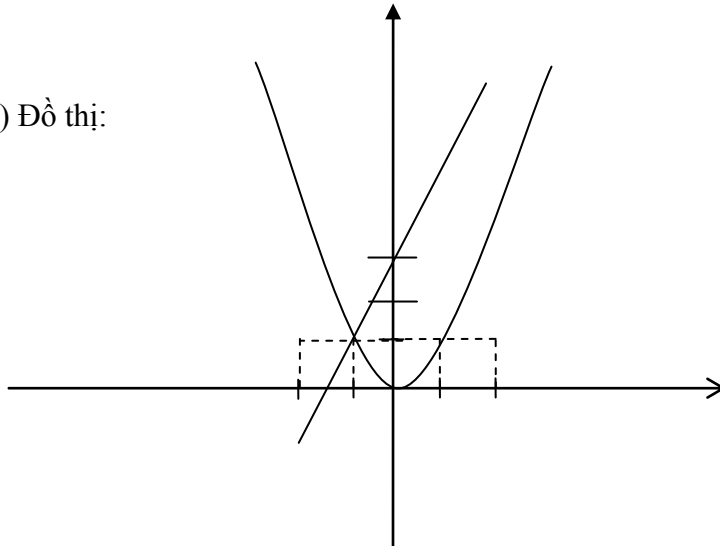
$$u^2 - 9u + 20 = 0 \Leftrightarrow (u - 4)(u - 5) = 0 \Leftrightarrow u = 4 \text{ hay } u = 5$$

Do đó pt  $\Leftrightarrow x^2 = 4 \text{ hay } x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm 2 \text{ hay } x = \pm \sqrt{5}$

d) 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x - 8y = 16 \\ 12x - 9y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

### Bài 2:

a) Đồ thị:



Lưu ý: (P) đi qua  $O(0;0)$ ,  $(\pm 1;1)$ ,  $(\pm 2;4)$

(D) đi qua  $(-1;1)$ ,  $(3;9)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hay } x = 3 \text{ (a-b+c=0)}$$

$$y(-1) = 1, y(3) = 9$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là  $(-1;1)$ ,  $(3;9)$

**Bài 3:** Thu gọn các biểu thức sau

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - \frac{3\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \\
 &= \frac{(5+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} - \frac{3\sqrt{5}(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} \\
 &= 3\sqrt{5} - 5 + \frac{5+\sqrt{5}}{4} - \frac{9\sqrt{5}-15}{4} = 3\sqrt{5} - 5 + \frac{5+\sqrt{5}-9\sqrt{5}+15}{4} \\
 &= 3\sqrt{5} - 5 + 5 - 2\sqrt{5} = \sqrt{5} \\
 B &= \left( \frac{x}{x+3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x+3\sqrt{x}} \right) \quad (x>0) \\
 &= \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \right) \\
 &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} : \left( \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)+6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \right) \\
 &= (\sqrt{x}+1) \cdot \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = 1
 \end{aligned}$$

**Câu 4:**

Cho phương trình  $x^2 - mx - 1 = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm trái dấu

Ta có  $a.c = -1 < 0$ , với mọi  $m$  nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm trái dấu với mọi  $m$ .

b) Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình (1):

Tính giá trị của biểu thức :

$$P = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2}$$

Ta có  $x_1^2 = mx_1 + 1$  và  $x_2^2 = mx_2 + 1$  (do  $x_1, x_2$  thỏa 1)

$$\text{Do đó } P = \frac{mx_1 + 1 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{mx_2 + 1 + x_2 - 1}{x_2} = \frac{(m+1)x_1}{x_1} - \frac{(m+1)x_2}{x_2} = 0 \quad (\text{Vì } x_1, x_2 \neq 0)$$

**Câu 5**

a) Ta có tứ giác BFHD nội tiếp do có 2 góc đối

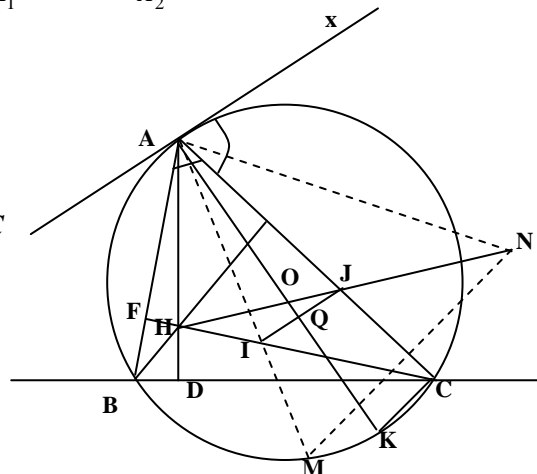
$$F \text{ và } D \text{ vuông} \Rightarrow \angle FHD = \angle AHC = 180^\circ - \angle ABC$$

b)  $\angle ABC = \angle AMC$  cùng chắn cung AC

mà  $\angle ANC = \angle AMC$  do M, N đối xứng

Vậy ta có  $\angle AHC$  và  $\angle ANC$  bù nhau

$\Rightarrow$  tứ giác AHCN nội tiếp



c) Ta sẽ chứng minh tứ giác AHIJ nội tiếp

Ta có  $\widehat{NAC} = \widehat{MAC}$  do MN đối xứng qua AC mà  $\widehat{NAC} = \widehat{EHN}$  (do AHEN nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{IAJ} = \widehat{IHJ} \Rightarrow$  tứ giác HIJA nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{AJI}$  bù với  $\widehat{AHI}$  mà  $\widehat{ANC}$  bù với  $\widehat{AHI}$  (do AHEN nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{AJI} = \widehat{ANC}$

**Cách 2 :**

Ta sẽ chứng minh IJCM nội tiếp

Ta có  $\widehat{AMJ} = \widehat{ANJ}$  do AN và AM đối xứng qua AC.

Mà  $\widehat{ACH} = \widehat{ANH}$  (AHEN nội tiếp) vậy  $\widehat{ICJ} = \widehat{IMJ}$

$\Rightarrow$  IJCM nội tiếp  $\Rightarrow \widehat{AJI} = \widehat{AMC} = \widehat{ANC}$

d) Kẻ OA cắt đường tròn (O) tại K và IJ tại Q ta có  $\widehat{AJQ} = \widehat{AKC}$

vì  $\widehat{AKC} = \widehat{AMC}$  (cùng chắn cung AC), vậy  $\widehat{AKC} = \widehat{AMC} = \widehat{ANC}$

Xét hai tam giác AQJ và AKC :

Tam giác AKC vuông tại C (vì chắn nửa vòng tròn)  $\Rightarrow$  2 tam giác trên đồng dạng

Vậy  $\widehat{Q} = 90^\circ$ . Hay AO vuông góc với IJ

**Cách 2 :** Kẻ thêm tiếp tuyến Ax với vòng tròn (O) ta có  $\widehat{xAC} = \widehat{AMC}$

mà  $\widehat{AMC} = \widehat{AJI}$  do chứng minh trên vậy ta có  $\widehat{xAC} = \widehat{AJQ} \Rightarrow$  JQ song song Ax  
vậy IJ vuông góc AO (do Ax vuông góc với AO)